

دراسة خوارزميات تتبع مسار عربية وتحليله وتصحيحه لتجنب العوائق

م. نبيلة العلان*

د. رزق غانم**

الملخص

رُسِّت في البحث الآليات اللازمة لجعل عربية روبوتية تقوم بملاحقة مسار محدد مسبقاً كي تسير عليه بحيث تتمكن تلك العربية من سلوك ذلك المسار والعودة إليه في حال انحرفت عنه في أثناء حركتها. وقد استُخدمت في البحث الخوارزميات الآتية لملاحقة المسار:

1- خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot [1].

2- خوارزمية الملاحقة الصافية Pure Pursuit [2].

3- خوارزمية ملاحقة الماضي Follow The Path [3].

وقد استُخدم برنامج التحليل الإحصائي (MATLAB) لعمل محاكي لحركة العربية الروبوتية التي تستخدم تلك الخوارزميات. وقد وجدنا نتيجة للدراسة أن خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot تتميز ببساطتها في الفهم و التطبيق، إلا أنها تؤدي إلى أخطاء أكبر في الموقع وانحراف أكبر عن المسار، ومن مشكلاتها أيضاً أنها تؤدي إلى ميل العربية إلى أخذ الاختصارات short cuts إذ تسير العربية متوجهة مباشرة إلى النقطة الهدف بدلاً من سلوك اتحناءات المسار. وتعاني خوارزمية الملاحقة الصافية Pure Pursuit من المشكلات نفسها ولكن على نحو أقل حدة، في حين أن خوارزمية ملاحقة الماضي Follow The Past تقوم بملاحقة مثالية للمسار؛ وذلك من أجل شروط ومعاملات دراسة محددة.

الكلمات المفتاحية: ملاحقة المسار، خوارزمية ملاحقة الجزرة، خوارزمية الملاحقة الصافية، خوارزمية ملاحقة الماضي، روبوت ذاتي التحكم

* أعد هذا البحث في سياق رسالة الماجستير للطالبة نبيلة العلان بإشراف الدكتور رزق غانم
** مدرس - قسم هندسة الحواسيب و الأتمتة - كلية الهندسة الميكانيكية و الكهربائية - جامعة دمشق - دمشق - سورية

1- المقدمة البحث:

Umea [4]، إذ دُرِسَتْ محاكاة لعربة روبوتية ذاتية التحكم تعمل في بيئة غابة، بحيث يقوم السائق بقيادة العربة بدايةً مرة واحدة على المسار المطلوب سلوكه، ويقوم الحاسوب خلال ذلك بتسجيل ذلك المسار. وبعدها يقوم الروبوت ذاتياً بسلوك ذلك المسار للقيام بنقل الأخشاب من منطقة التعبئة إلى الطريق الرئيسي من دون سائق ومن دون أن يضيع في الغابة باستخدام الخوارزميات الحاسوبية. مما أدى إلى توفير النقل من مناطق التعبئة على طريق محدد من أجل نقل آمن وتوفير باليد العاملة.

استُخِذَ في البحث برنامج التحليل الإحصائي (MATLAB) من أجل بناء محاكاة لحركة العربة الروبوتية بحيث يمكننا من التحكم بالعربة، من خلال دراسة خوارزميات ملاحقة المسار وتحليلها، ومن ثم عمل مقارنة بينها من حيث الأداء المتعلق بسرعة الوصول إلى النقطة الهدف، ومسافة الانحراف بين المسار الذي تتحرك عليه العربة وبين المسار المحدد.

تعدُّ مسألة ملاحقة المسار وإعادة العربة إلى مسارها إذا انحرقت عنه قضية مهمة من أجل تسيير عربة روبوتية ذاتية التحكم لتكون قادرة على اجتياز المسار المحدد لها وصولاً إلى الهدف.

4- الدراسة النظرية:

استُخِذَت في البحث ثلاث خوارزميات من أجل ملاحقة المسار، وهي:

- 1- خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot [1].
- 2- خوارزمية الملاحقة الصافية Pure Pursuit [2].
- 3- خوارزمية ملاحقة الماضي Follow The Path [3].

تعدُّ التقنية المستخدمة في تسيير العربات الروبوتية بشكل ذاتي التحكم أحد المشاريع الواعدة في مجال الصناعة التكنولوجية المتطورة. توفر بيئة المحاكاة باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (MATLAB) إحدى الطرائق المهمة لدراسة هذه التقنيات وتحليلها. دُرِسَتْ في البحث حركة عربة روبوتية ودُرِسَ سيرها على مسار محدد مع إعطائها القدرة على التحكم في معاملات العربة لإيصالها إلى النقطة الهدف وإعادتها إلى مسارها في حال انحرقت عنه لسبب ما كالضجيج أو قيامها بتجنب العوائق.

جرى في البحث تطبيق مباشر لخوارزميات ملاحقة المسار حتى تتمكن العربة من الوصول إلى الهدف عبر مسارها، حيث أُخِذَتْ مسارات محددة معروفة مسبقاً.

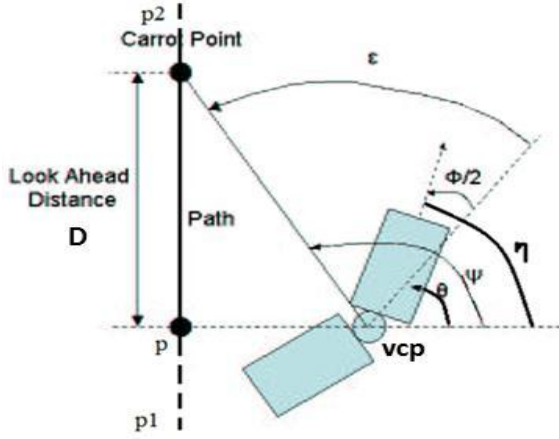
2- هدف البحث:

عمل خوارزميات لملاحقة مسار محدد لعربة روبوتية من دون سائق بحيث تكون قادرة على ملاحقة مسار محدد مسبقاً للعربة كي تسيير عليه، وأن تكون قادرة على العودة إلى المسار في حال انحرقت عنه.

دُرِسَتْ وُحِّلَتْ في البحث خوارزميات ملاحقة المسار ونُفِّذَتْ على عربة روبوتية على شكل شاحنة متمفصلة في الوسط؛ وذلك عن طريق بناء محاكي لمسار حركة هذه العربة باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (MATLAB)، الذي بُنِيَ من خلاله خوارزميات للتحكم بحركة الروبوت من دون سائق، مما يعطي البحث أهمية أكاديمية وعملية من حيث توفير النقل الآمن والوصول إلى الهدف من دون الضياع في بيئة العربة، وكما يوفر باليد العاملة.

3- طرائق البحث ومواده

هناك أعمال عديدة تتعلق بموضوعات مشابهة للبحث، مثل مشروع القوى الذكوية (IFOR) Intelligent Forces في جامعة



الشكل (1) خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot

فإذا كانت θ : هي زاوية وجهة العربة المنحرفة عن مسارها المفروض (p_2, p_1) الموضحة في الشكل (1) وهي الزاوية التي ستسير فيها العربة إذا كانت زاوية التوجيه θ صفراً.

إذ إن زاوية التوجيه θ هي الزاوية بين الجزء الأمامي والجزء الخلفي للعربة المتمفصلة ونقوم في الدراسة بأخذ خط قاعدة عندما يكون الجزءان على الاستقامة نفسها ثم نفترض أن كلا من الجزأين يميل عنه بمقدار $\theta/2$.

تعطى θ بالعلاقة: $\theta = \eta - \phi/2$ إذ: η : هي الزاوية

الرأسية للعربة التي تعبر عن اتجاه الجزء الأمامي للعربة.

وإذا كانت ψ : هي زاوية النظرة المباشرة التي تؤخذ بين محور الأفق وبين المستقيم الواصل بين النقطة المركزية للعربة VCP ونقطة الجزرة carrot point كما في الشكل (1).

فإن ϵ : ستكون هي زاوية الخطأ التي يجب التحكم فيها من أجل إعادة العربة إلى مسارها كما في الشكل (1). و تعطى بالعلاقة:

$$\epsilon = \psi - \theta \quad \dots \dots (1)$$

1-4- خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot [1]:

تستخدم هذه الخوارزمية من أجل جعل العربة الروبوتية تسير وفق مسار محدد مسبقاً، إذ تُحَرِّكُ العربة على مسارها المؤلف من نقاط إحداثيات يصل بينها قطع مستقيمة تنتقل العربة خلالها.

تعرف نقطة الجزرة carrot point بأنها نقطة الهدف التي تسعى العربة للوصول إليها خلال الخطوة الزمنية المدروسة.

تُحدِّدُ نقطة الجزرة من خلال أخذ أقرب نقطة (p) في المسار إلى العربة التي هي المسقط العمودي للنقطة المركزية للعربة (VCP) على المسار. ومن ثم نأخذ من هذا المسقط العمودي مسافة تجريبية D يطلق عليها اسم مسافة النظرة المباشرة (Look Ahead Distance)، تحدد هذه المسافة تجريبياً بحيث نحصل على مسار أقرب للمسار المسجل في حال وجود سائق (أي تتبع مساراً أفضل وسنوضحها في البحث لاحقاً) ومن النقطة p المسقط العمودي للعربة على المسار وعلى البعد D تقع نقطة الهدف أو نقطة الجزرة (carrot point) التي يجب على العربة الوصول إليها كما في الشكل (1)

إذ ψ : زاوية النظرة المباشرة. θ : زاوية الوجهة الحالية للعربة.
ومن أجل تصغير زاوية خطأ الوجهة ϵ نقوم بضربها بثابت تناسب k_p إذ $0 < k_p \leq 1$ كما في المعادلة:
$$\epsilon' = \epsilon * k_p \quad \dots \dots \dots (2)$$

ومن أجل زوايا خطأ كبيرة أكبر من $\pm 180^\circ$ نقوم بعمل التعويض الآتي:

$$\begin{aligned} & \text{if } \epsilon' > \pi \\ & \epsilon_0 = \epsilon' - 2\pi \quad \dots \dots \dots (3) \\ & \text{Else if } \epsilon' < -\pi \\ & \epsilon_0 = \epsilon' + 2\pi \\ & \text{Else } \epsilon_0 = \epsilon' \end{aligned}$$

إذ: ϵ' : زاوية الخطأ المحسوبة من العلاقة (2)

ϵ_0 : زاوية الخطأ المعوضة من أجل زوايا خطأ كبيرة يُحرّك الروبوت وفقاً لزاوية تحكم يعبر عنها بزاوية التوجيه التحكمية \emptyset التي تُحدّد كما يأتي:

لحساب زاوية التوجيه التحكمية \emptyset في هذه الخوارزمية تُؤخذ زوايا التوجيه الحدية φ_r و φ_l بالحسبان وهي تعبر عن أقصى زوايا يمكن تدوير العربة المدروسة بها على يمين العربة أو يسارها على التوالي، وتؤخذ قيمتها من مواصفات العربة المدروسة، وإفترض في البحث أن العربة المدروسة ذات زوايا توجيه حدية بحيث

$(\varphi_r = 40^\circ)$ و $(\varphi_l = -40^\circ)$ و تعطى زاوية التحكم \emptyset بالعلاقة:

$$\emptyset = \max(\min(\epsilon_0, \varphi_r), \varphi_l) \quad \dots \dots (4)$$

وفي البحث أصبحت المعادلة

$$\emptyset = \max(\min(\epsilon_0, 40^\circ), -40^\circ)$$

1-1-4-1 تحديد موضع العربة الروبوتية على المسار:
يبين الشكل (2) عربة روبوتية تتحرك وفق قوس دائرة نصف قطرها r ومركزها هو (circy,circx)، سنقوم بتحديد مركز ونصف قطر الدائرة.

إن الموضع الابتدائي للعربة هو (x_0, y_0) وزاوية الوجهة هي (θ_0) ، ثم انتقلت خلال المدة الزمنية (Δt) على مسار الدائرة تلك إلى الموضع الجديد (x, y) و الوجهة θ مجتازة قوساً دائرياً طولها d ، ومن ثم تكون الزاوية التي انتقلت بها العربة خلال الفاصل الزمني Δt هي زاوية الانتقال \emptyset التي نستخدمها من أجل حساب الموضع الحالي للعربة (y, x) .

1-1-1-4-1 حساب نصف قطر الدائرة (الدائرة التي تتحرك عليها العربة):

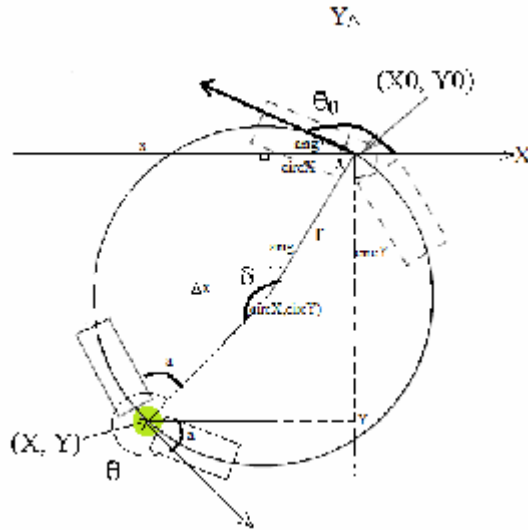
يُحسب نصف قطر الدائرة r المعبرة عن قوس المسار الذي تسلكه العربة بالعلاقة الآتية:

$$r = \frac{\text{length}}{\cos(\beta)} \quad \dots (5)$$

Length: هي المسافة بين مركز العربة Vehicle Center Point (VCP) ومنتصف الجزء الأمامي أو الخلفي للعربة β : هي الزاوية المتممة لنصف زاوية التحكم \emptyset أي:

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\emptyset}{2} \quad \dots \dots (6)$$

إذ \emptyset : هي زاوية التحكم المحددة وفق خوارزمية ملاحقة المسار.



الشكل (3) كيفية حساب مركز دائرة الدوران وموقع العربة بعد الحركة

من أجل تحديد مركز دائرة الدوران نعدُ محوري إحداثيات من مركزه في الموضع الابتدائي للعربة (x_0, y_0) بحيث ينطبق المحور xx' على الأفق والمحور yy' عمودياً عليه. عندها يكون وبحسب الشكل (3)

$$\sin \text{ang} = \frac{\text{circ}x}{r}$$

$$\text{ang} = \pi - \theta_0$$

إذ إن:

$$\text{circ}x = -r * \cos\left(\theta_0 - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{circ}X = r * \cos\left(\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots\dots (9)$$

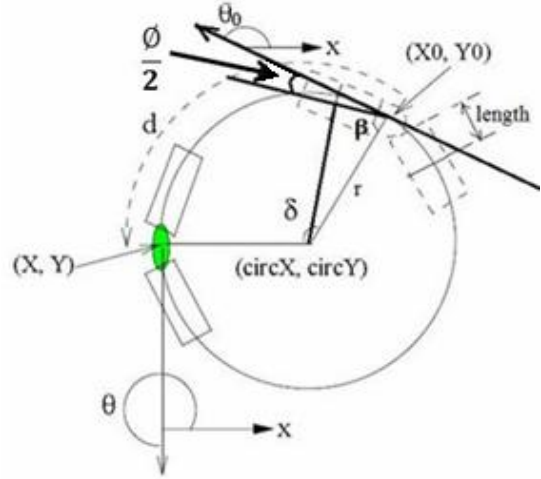
وبالطريقة نفسها نجد أن

$$\text{circ}Y = r * \sin\left(\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots\dots (10)$$

r : نصف قطر دائرة دوران العربة كما في العلاقة (5).

θ_0 : زاوية الواجهة الابتدائية للعربة

إن حساب الموضع الجديد يعتمد على حساب زاوية التوجيه التحكمية θ وتحدد بحسب خوارزمية ملاحقة المسار، وهنا



الشكل (2) تحديد الموضع الحالي للعربة $\theta(x, y)$

4-1-1-2- تحديد مركز الدائرة $(\text{circ}y, \text{circ}x)$:

إن طول القوس الدائرية التي اجتازتها العربة بحسب معادلات الحركة هي:

$$d = v * \Delta t \quad \dots\dots\dots (7)$$

إذ v : سرعة العربة الروبوتية
 Δt : زمن الحركة

عندها يعطى القطاع الزاوي الموافق للقوس الدائرية (d) بالعلاقة:

$$\delta = \frac{d}{c} * 2\pi \quad \dots\dots\dots (8)$$

إذ c : هو محيط دائرة دوران العربة الكلي.

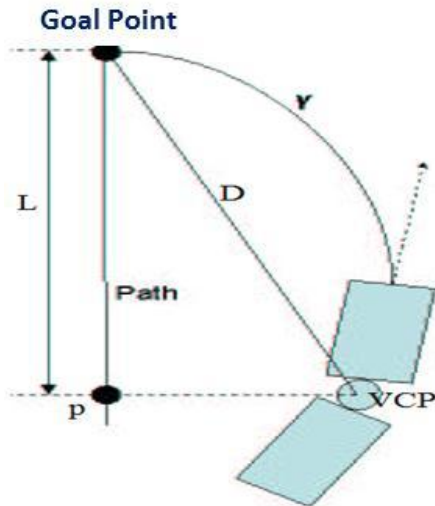
إذ تعبر θ عن زاوية الانتقال التي تنتقلها العربة على دائرة الدوران

4-2- خوارزمية الملاحقة الصافية Pure Pursuit [2]:

نُعدُّ هذه الخوارزمية هي خوارزمية محسنة عن خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot ويكمن الاختلاف بين هذه الخوارزمية وخوارزمية ملاحقة الجزرة The Follow Carrot بأنه في ملاحقة الجزرة تُوجَّه العربة مباشرة تجاه نقطة الهدف في حين في طريقة الملاحقة الصافية تقوم العربة بسلوك قوس دائرية تصل بين موقع العربة الحالي ونقطة الهدف وصولاً إليها. ومن ثمَّ تحسن هذه الخوارزمية قدرة العربة على السير في المسارات المنحنية و تخفف من مساوئ سلوك مسارات مستقيمة مختصرة إذ تسيير العربة في مسارات منحنية بدلاً من المسارات المختصرة.

يبين الشكل (4) عربة روبوتية منحرفة عن مسارها، مسقط مركز العربة (VCP) على المسار هو أقرب نقطة لتلك العربة على المسار المحدد وهي p.

تكون نقطة الهدف goal point هي النقطة التي تبعد مسافة النظرة المباشرة D عن النقطة المركزية للعربة Vehicle (VCP) Center Point. يوضح الشكل (4) القوس الدائرية γ وهي قوس دائرية من الدائرة التي تكون D وترأ فيها.



الشكل (4) خوارزمية الملاحقة الصافية

كانت خوارزمية المسار هي خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot. ونميَّز الحالتين التاليتين من أجل تحديد الإحداثيات للموضع الجديد (x,y) للعربة: (أ) إذا كانت زاوية التحكم صفراً أي $\theta = 0$: تكون عندها زاوية الوجهة

$$\theta = \theta_0 \quad \dots \dots (11)$$

فإن العربة ستسير في حركة مستقيمة، وتكون $r = \infty$

$$\delta \approx 0, \text{circ}x = \text{circ}y = \infty$$

وبحسب معادلات الحركة المستقيمة

$$d = v * \Delta t$$

$$x = x_0 + \Delta x$$

$$\Delta x = d * \cos\theta$$

ومن ثمَّ إحداثيات الموضع الجديد (x,y) للعربة:

$$x = x_0 + \cos\theta * (v * \Delta t) \quad \dots \dots (12)$$

وبالطريقة نفسها نجد أن:

$$y = y_0 + \sin\theta * (v * \Delta t) \quad \dots \dots (13)$$

(ب) أمَّا إذا كانت زاوية التحكم $\theta \neq 0$: فتكون

$$\theta = \theta_0 + \delta \quad \dots \dots \dots (14)$$

وبحسب الشكل (3) نجد أن:

$$\alpha = 2\pi - \theta$$

$$\Delta x = r * \sin\alpha = r * \sin(2\pi - \theta) = -r * \sin\theta$$

$$\Delta x = r * \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$$

ومن ثمَّ تعطى الإحداثية x للموضع الجديد للعربة بالعلاقة:

$$x = \text{circ}X - r * \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots (15)$$

وبالمثل تعطى الإحداثية y للموضع الجديد بالعلاقة:

$$y = \text{circ}Y - r * \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \quad \dots \dots (16)$$

ψ : زاوية النظرة المباشرة وتؤخذ وفق نظام الإحداثيات العالمي أي بين محور الأفق والمستقيم الواصل بين مركز العربة VCP و نقطة الهدف goal point.

θ : زاوية الوجة للعربة وتؤخذ وفق نظام الإحداثيات العالمية

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta + \psi$$

r: نصف قطر دائرة دوران العربة

بفرض كان الموقع الحالي للعربة في جملة الإحداثيات العامة (x_r, y_r) و كانت إحداثيات النقطة الهدف في جملة الإحداثيات العامة هي (x_g, y_g) . تبين المعادلات (17) و(18) معادلات تحويل نقطة الهدف تلك من الإحداثيات العامة إلى جملة إحداثيات العربة.

$$x_c = (x_g - x_r) \cos(\theta) + (y_g - y_r) \sin(\theta) \quad (17)$$

$$y_c = -(x_g - x_r) \sin(\theta) + (y_g - y_r) \cos(\theta) \quad (18)$$

إذ (x_c, y_c) هي النقطة الهدف في إحداثيات العربة والزاوية θ هي زاوية الوجة للعربة.

يُحسب التقوس γ وهو طول القوس الدائرية الواصلة بين نقطة الهدف والنقطة المركزية للعربة (VCP) بالعلاقة:

$$\gamma = \frac{1}{r} \dots \dots \dots (19)$$

ومن أجل حساب التقوس γ بالنسبة إلى موقع العربة الحالي (VCP) وإلى موقع نقطة الهدف و بالنظر إلى الشكل (5):

تقع نقطة الجزرة (x_c, y_c) على بعد مسافة نظرة مباشرة D عن موقع العربة (VCP) ووفق الشكل (5) وبناءً على قوانين المتثلثات:

$$x_c^2 + y_c^2 = D^2 \dots \dots \dots (20)$$

وهي تمثل دائرة نصف قطرها D حول (VCP) وتمثل المحل الهندسي للنقاط الهدف المحتملة (نقاط الجزرة المحتملة).

إن الهدف في خوارزمية الملاحقة الصافية Pure Pursuit هو تحديد زاوية التوجيه التحكمية θ للعربة الروبوتية، وأيضاً تحديد الموضع الجديد للعربة $\theta(x, y)$.

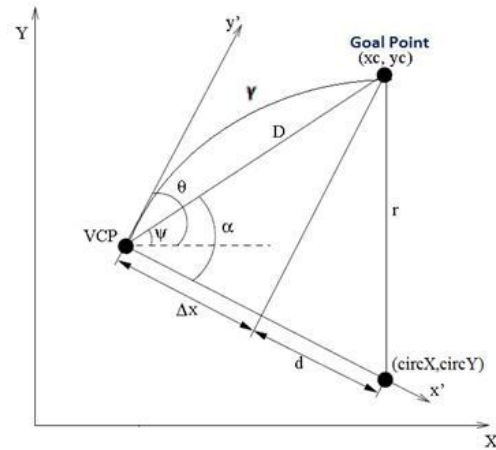
إذ نقوم وفق هذه الخوارزمية بتحديد الموضع الحالي للعربة

ومن ثم نوجد النقطة الأقرب إلى العربة في المسار وهي

مسقط النقط المركزية للعربة (VCP) على المسار

نقوم بإيجاد نقطة الهدف (نقطة الجزرة) على البعد D من النقطة المركزية للعربة (VCP)

من أجل حساب التقوس γ نستخدم معادلات رياضية ومثلثية تكون غير صحيحة إلا في جملة إحداثيات العربة، وهي جملة الإحداثيات المتعامدة نقطة مبدؤها هو الموقع الابتدائي للعربة (x_0, y_0) ويكون المحور y مطابقاً لاتجاه الوجة θ . تُحوّل الإحداثيات إلى جملة إحداثيات العربة كما يظهر في الشكل (5).



الشكل (5) التحويل من الإحداثيات العامة إلى إحداثيات العربة

إذ: x, y : جملة إحداثيات البيئة العالمية (Global Coordinate System)

X', Y' : جملة إحداثيات العربة الروبوتية

ومن الشكل (5) نجد أيضاً:

$$r = \Delta x + d \quad \dots \dots \dots (21)$$

وتبيّن هذه المعادلة العلاقة بين نصف قطر الدائرة التي تربط بين (VCP) ونقطة الهدف (x_e, y_e) وبين الإزاحة على المحور x لنقطة الهدف عن العربة وهي Δx .

من المعادلتين (20) و(21) نجد أن:

$$\begin{aligned} d &= r - \Delta x \\ (r - \Delta x)^2 + y_e^2 &= r^2 \\ r^2 - 2r\Delta x + x_e^2 + y_e^2 &= r^2 \\ 2r\Delta x &= D^2 \end{aligned}$$

$$r = \frac{D^2}{2\Delta x} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$r = \frac{2\Delta x}{D^2} \quad \dots \dots \dots (23)$$

إذ:

Δx : هو انزياح نقطة الهدف goal point في نظام إحداثيات العربة

D : مسافة النظرة المباشرة وهي المسافة بين النقطة المركزية للعربة و نقطة الهدف (x_e, y_e)

r : نصف قطر الدائرة الواصلة بين النقطة المركزية للعربة (VCP) ونقطة الهدف (x_e, y_e)

ومن ثم تم الحصول على زاوية التوجيه التحكمية θ من العلاقة:

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2} - \beta \quad (24)$$

إذ:

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{length}{r} \right) \quad (25)$$

Length: هي المسافة من نقطة العربة المركزية (VCP) ومنتصف الجزء الأمامي للعربة (أو الخلفي). انظر الشكل

(2)

r : نصف قطر دائرة الدوران وتحسب من العلاقة (22)

β : وهي الزاوية المتممة لنصف الزاوية التحكمية θ

وحسب قيمة θ المحسوبة يُحدّد موضع العربة (x, y) كما في العلاقات

$$(11), (12), (13), (14), (15), (16).$$

3-4- خوارزمية ملاحقة الماضي Follow The Past [3]

في البحث افترض قيام سائق مرة واحدة بقيادة العربة على المسار المحدد، وخلال هذه القيادة قام الحاسوب بتسجيل معلومات المسار الذي سلكه ذلك السائق، إذ سُجّل الموقع والوجهة وزاوية التوجيه التي يدير بها سائق العربة عند كل لحظة من الحركة. في حين في خوارزمتي ملاحقة الجزرة والملاحقة الصافية اكتفينا بتسجيل معلومات الموقع على المسار، مما مكن هذه الخوارزمية من التغلب على تلك المشكلات التي تعاني منها خوارزمتنا ملاحقة الجزرة والملاحقة الصافية وجعل العربة ذاتية التحكم قادرة على القيام بتتبع للمسار بشكل أفضل.

يبين الشكل (6) المخطط الصندوقي لآلية عمل خوارزمية ملاحقة الماضي follow The Past إذ يبيّن ثلاث سلوكيات مستقلة، وهذه السلوكيات هي:

1- سلوكية إعادة العربة إلى المسار باستخدام زاوية

التوجيه θ_α

2- سلوكية تعديل وجهة العربة باستخدام زاوية التوجيه

θ_β

3- سلوكية توجيه العربة بزاوية توجيه السائق باستخدام

زاوية التوجيه θ_γ

تُدمج هذه السلوكيات وأوامر التوجيه التحكمية الثلاث في زاوية توجيه تحكمية نهائية (θ_e) وهي التي تعطي أمر التوجيه النهائية كما يبيّن الشكل (6).

في البحث باتباع الطريقة الثانية.

(ب) الطريقة الثانية: وتعتمد على إيجاد نقطة الهدف

وإستُخدمت في الحسابات كما في الشكل (7) الذي يبيّن

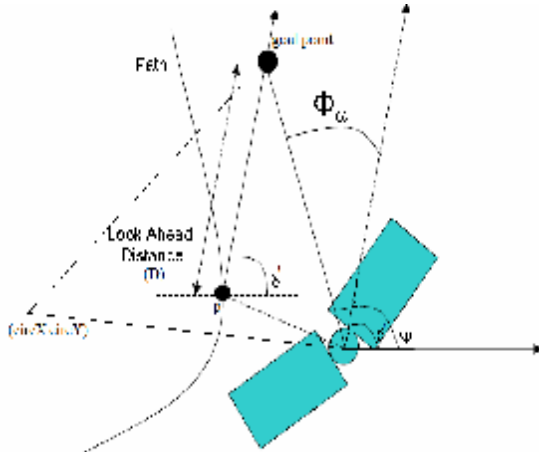
عربة روبوتية مبتعدة عن مسارها المحدد Path.

قمنا بتحديد النقطة الأقرب للعربة على المسار، وهي مسقط مركز العربة على المسار وتسمى نقطة المسار p من ثم حسبنا نقطة الهدف بحيث تكون على بعد مسافة D (مسافة النظرة المباشرة Look Ahead Distance) من نقطة المسار ووفق الاتجاه δ' . تعرف δ' في هذه الخوارزمية بأنها المجموع بين زاوية الوجهة المسجلة θ' و زاوية التوجيه المسجلة θ' و تؤخذ بالنسبة إلى محور الأفق في جملة الإحداثيات العامة، كما في العلاقة:

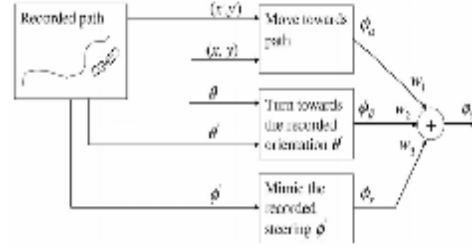
$$\delta' = \theta' + \theta' \quad \dots \dots \dots (27)$$

ثم قمنا بحساب زاوية النظرة المباشرة (ψ) و هي الزاوية بين محور الأفق و بين المستقيم الواصل بين مركز العربة (VCP) ونقطة الهدف. وتُحسب θ' وفق هذه الطريقة على أنها الفرق بين ψ والزاوية δ' وفق العلاقة:

$$\theta' = \psi - \delta' \quad \dots \dots \dots (28)$$



الشكل (7) حساب θ' باستخدام مسافة النظرة المباشرة (D)



الشكل (6) ملاحقة المسار باستخدام التحكم التفاعلي باستخدام زاوية التوجيه θ'

4-3-1- حساب زاوية التوجيه التحكمية θ' :

تمثل زاوية التوجيه التحكمية θ' الزاوية التي تجعل العربة تتحرك باتجاه المسار، إذ تعمل على إعادة العربة إلى مسارها في حال انحرفت عنه لسبب ما كالضجيج أو قيامها بتجنب العوائق، ويعتمد حسابها على إحداثيات الموقع الحالي للعربة (x,y) وعلى إحداثيات موقع المسار المسجلة (x',y') ومن أجل حساب θ' هناك طريقتان:

(أ) الطريقة الأولى:

تُحسب في الطريقة الأولى المسافة d، وهي المسافة بين مركز العربة (VCP) والمسار. نضرب هذه المسافة d بثابت تناسبي k يقاس بـ (degree $^{-1}$) إذ $0 < k \leq 1$ وقد أُخذ في البحث $k=0.07$ degree $^{-1}$ ومن ثمّ تحسب θ' من العلاقة:

$$\theta' = k * d \quad \dots \dots \dots (26)$$

إذ d المسافة بين الموقع الحالي للعربة (x, y) وموقع المسار المسجل (x',y') ، أي إنّ:

$$d = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$$

إلا أن هذه الطريقة في حساب θ' تؤدي إلى اهتزازات حول المسار عندما تكون العربة قريبة جداً من المسار، كما أن إنقاص قيمة k يؤدي إلى استجابة بطيئة، ومن ثمّ ستستغرق العربة وقتاً أطول للوصول إلى المسار لذلك قمنا

4-3-2- حساب زاوية التوجيه التحكمية θ_p :

وتحرك هذه الزاوية العربة بحيث تدور باتجاه زاوية الوجهة المسجلة θ' ، وتُحسب بأنها الفرق بين زاوية الوجهة المسجلة θ' وزاوية الوجهة الحالية θ كما في العلاقة:

$$\theta_p = \theta' - \theta \quad \dots \dots \dots (29)$$

4-3-3- حساب زاوية التوجيه التحكمية θ_y :

وهي السلوكية التي تجعل العربة تتوجه وفقاً لزاوية التوجيه المسجلة θ' ، وتعدُّ زاوية التوجيه التحكمية θ_y مساوية لزاوية التوجيه المسجلة كما في العلاقة:

$$\theta_y = \theta' \quad \dots \dots \dots (30)$$

وباستخدامنا لزاوية التوجيه المسجلة θ' نكون قد أخذنا ضمناً بالحسبان تقوس المسار؛ وذلك أن زاوية التوجيه المسجلة قد تم الحصول عليها عندما قام السائق بتدوير العربة على المسار مراعيًا انحناء المسار في أثناء قيادته للعربة.

وأخيراً فإنَّ زاوية التوجيه التحكمية النهائية θ_c وكما في الشكل (6) تنتج عن ضرب كل واحدة من السلوكيات السابقة بأوزان معينة $w_1 + w_2 + w_3$ تعبّر عن أهمية كل واحدة من السلوكيات السابقة، ومن ثم يُجمَعُ الناتج كما في العلاقة:

$$\theta_c = w_1 \theta_x + w_2 \theta_p + w_3 \theta_y \quad \dots \dots (31)$$

وقد أُخذت في البحث هذه الأوزان بحيث:

$$w_1 = w_2 = w_3 = 1$$

فتصبح زاوية التوجيه التحكمية θ_c تعطى بالعلاقة:

$$\theta_c = \theta_x + \theta_p + \theta_y \quad \dots \dots \dots (32)$$

ومن أجل استخدام الطريقة الأولى في حساب θ_x أي الضرب بثابت تناسبي تعطى زاوية التوجيه التحكمية النهائية θ_c كما يأتي:

$$\theta_c = \theta' - \theta + \theta' + k * d \quad \dots \dots (33)$$

أمّا من أجل حساب θ_x وفقاً للطريقة الثانية فتصبح علاقة θ_c كما يأتي:

$$\begin{aligned} \theta_c &= \psi - \delta' + \theta_p + \theta_y \\ &= \psi - (\theta' + \theta') + (\theta' - \theta) + \theta' \\ \theta_c &= \psi - \theta \quad \dots \dots \dots (34) \end{aligned}$$

وبعد ذلك يُحدّد موضع العربة الروبوتية بعد الحركة $\theta(x,y)$ وفق خوارزمية ملاحقة الماضي بحسب قيمة θ المحسوبة. كما في العلاقات (11،12،13،14،15،16)

5- الدراسة العملية:

قمنا في البحث ببناء محاكٍ لحركة عربة روبوتية باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (MATLAB). يظهر في المحاكى كما في الشكل (8) نافذة تبيّن بيئة المحاكاة إذ يمثّل المحوران x,y أبعاد هذه المنطقة، ويمثّل الخط المتواصل المسار المحدد مسبقاً عن طريق قيامنا بتسجيل المسار الذي افترضنا أن السائق قام بدايةً بالقيادة عبره والذي ينبغي على العربة أن تسلكه وصولاً إلى النقطة الهدف. في حين يمثّل الخط المتقطع مسار حركة العربة الفعلي الذي ستسير عليه العربة بالاعتماد على خوارزمية تتبع المسار. تعطي خوارزمية تتبع المسار زاوية التوجيه التحكمية التي تمثّل أمر التحكم المعطى من أجل حركة العربة. إذ تنتقل العربة وفقاً لتلك الخوارزمية من النقطة الحالية للعربة (x_1, y_1) إلى نقطة إحداثيات أخرى (x_2, y_2) وهكذا وصولاً إلى النقطة الهدف.

تمثّل العربة بمستطيلين بينهما وصلة تمثّل بدائرة مصمتة. المنطقة اليسرى في الشكل (8) هي النافذة التي يتم فيها

0.48؛ مما يعني أن خوارزمية الملاحقة الصافية قامت بتتبع أفضل للمسار مما قامت به خوارزمية ملاحقة الجزرة. في حين أن خوارزمية ملاحقة الماضي قد أعطت ملاحقة مثالية إذ كان الانحراف المتوسط وفقاً لها هو 2.4×10^{-6} .

الجدول (1) الانحراف عن المسار من أجل مسافة نظرة مباشرة

D=5m

path following algorithm	Max deviation from path	Mean deviation from path
Follow The Carrot	2.4	0.74
Pure Pursuit	2.1	0.48
Follow The Past	5.60E-06	2.40E-06

أمّا من أجل استخدام مسافة نظرة مباشرة $D = 12m$ فنفتح لدينا الجدول (2) كما يأتي:

الجدول (2) الانحراف عن المسار من أجل مسافة نظرة مباشرة

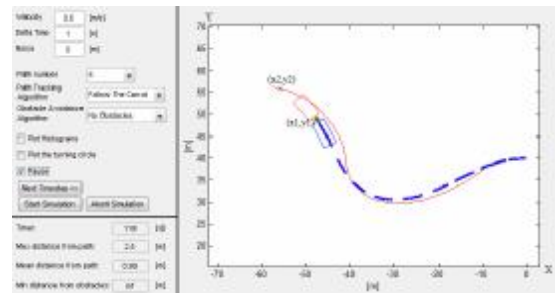
D=12m

path following algorithm	Max deviation from path	Mean deviation from path
Follow The Carrot	4.4	1.6
Pure Pursuit	3.8	1.2
Follow The Past	6.10E-06	2.80E-06

وبمقارنة الجدولين (1) و(2) نلاحظ أن الانحراف المتوسط (mean deviation) للمسار الذي تسلكه العربة عن المسار المسجل في كل واحدة من الخوارزميات الثلاث قد ازداد بازدياد مسافة النظرة المباشرة D.

ومن أجل قيم مختلفة لمسافة النظرة المباشرة تبقى خوارزمية ملاحقة الماضي هي الخوارزمية الفضلى ويظهر ذلك بوضوح في الشكل (9).

التحكم بإعدادات المحاكاة كلها¹: السرعة²، الخطوة الزمنية³، المسار⁴... وتُظهرُ على اليسار إلى الأسفل نتائج تدل على الانحرافات الأعظمية و المتوسطة عن المسار عند كل لحظة، في حين يظهر في الجزء الأيمن محاكاة لحركة العربة الروبوتية ولأداء خوارزمية ملاحقة المسار.

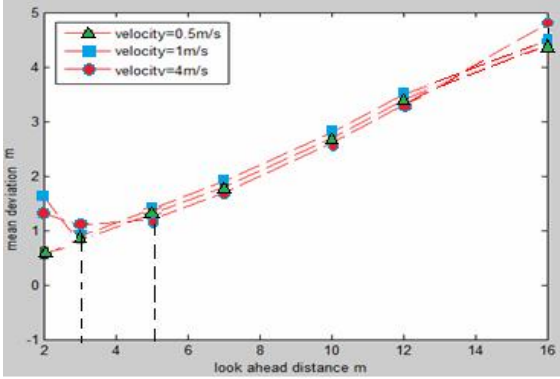


الشكل (8) محاكي عربة روبوتية مزود بالإعدادات اللازمة للتحكم بالحركة

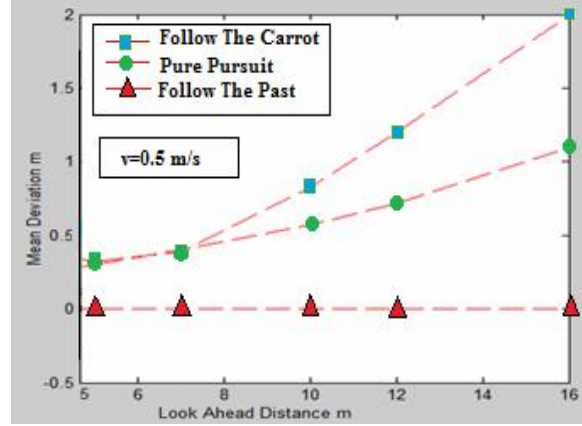
1-5- دراسة تأثير مسافة النظرة المباشرة D في خوارزميات ملاحقة المسار:

من أجل مسافتي نظرة مباشرة مختلفتين هما: $D = 5m$ و $D = 12m$ من أجل دراسة تأثير اختيار مسافة النظرة المباشرة D في كل من الخوارزميات. فمن أجل استخدام مسافة نظرة مباشرة $D = 5m$ نتج لدينا الجدول (1) إذ وجدنا أن خوارزمية ملاحقة الجزرة تعاني من محدودية في القدرة على تتبع المسار المنحني إذ كان الانحراف المتوسط لها هو 0.74 في حين كان الانحراف المتوسط وفقاً لخوارزمية الملاحقة الصافية أصغر ويساوي

- 1: المحاكاة: عملية المقاربة الحاسوبية للواقع
- 2: السرعة Velocity: وتقاس سرعة العربة ب m/s. أخذت القيمة الافتراضية لسرعة حركة العربة هي 0.5 m/s.
- 3: تغير الزمن Delta Time: وهو طول الخطوة الزمنية بين قراءتين ويقاس بالثانية.
- 4: المسار Path: هو طريق محدد مسبقاً يجب على العربة أن تسلكه في اثناء الدراسة



(10-a) منحني تغير انحراف مسار حركة العربة عن المسار المحدد (deviation) بالعلاقة مع مسافة النظرة المباشرة D في خوارزمية ملاحقة الجزرة.



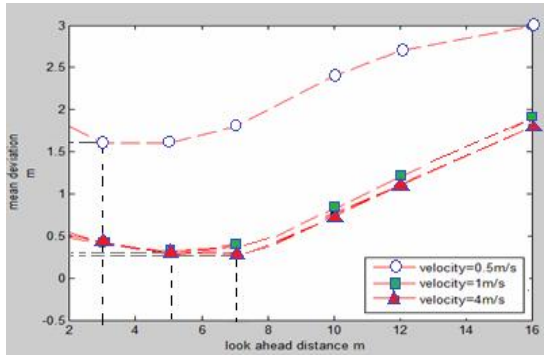
الشكل (9) أداء خوارزميات ملاحقة المسار من أجل مسافات نظرة مباشرة مختلفة عند سرعة ثابتة ($v = 0.5 \text{ m.s}^{-1}$)

5-2- دراسة تأثير تغيير سرعة العربة في أداء خوارزميات ملاحقة المسار:

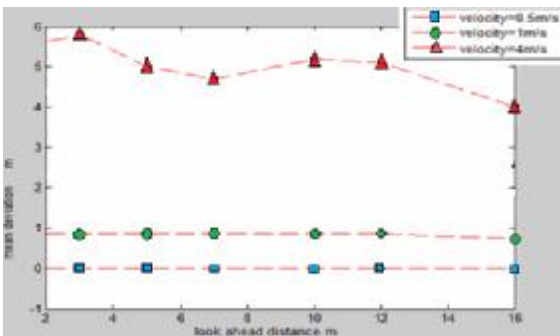
يبين الشكل (10-a) منحنيات أداء خوارزمية ملاحقة الجزرة من أجل سرعات مختلفة؛ وذلك لتغيير انحراف مسار حركة العربة عن المسار المحدد (deviation) بالعلاقة مع مسافة النظرة المباشرة D.

إذ نلاحظ أنه من أجل مسافة نظرة مباشرة ثابتة (مثلاً $D=12\text{m}$) يكون الانحراف عن المسار أكبر كلما ازدادت سرعة العربة. كما نلاحظ وجود نقطة انعطاف المنحنيات تقابل الانحراف الأصغر عن المسار من أجل سرعات مختلفة، وتحدد القيمة الأصغر للانحراف عن المسار قيمة D الأنسب (الأمثل)، أي عند سرعة معينة للعربة نختار قيمة (D) المثالية هذه.

تبيّن الأشكال (10-b) و (10-c) نتائج تأثير سرعة العربة بالنسبة إلى خوارزمية الملاحقة الصافية وخوارزمية ملاحقة الماضي على التوالي:



(10-b) منحني تغير انحراف مسار حركة العربة عن المسار المحدد (deviation) بالعلاقة مع مسافة النظرة المباشرة D في خوارزمية الملاحقة الصافية



(10-c) منحني تغير انحراف مسار حركة العربة عن المسار المحدد (deviation) بالعلاقة مع مسافة النظرة المباشرة D في خوارزمية ملاحقة الماضي

- 2- سلوكية تعديل وجهة العربة باستخدام زاوية التوجيه θ_B
 3- سلوكية توجيه العربة بزاوية توجيه السائق باستخدام زاوية التوجيه θ_Y

في الشكل (11-f) يظهر المسار المحدد مسبقاً (path) والمسار الذي تسلكه العربة في أثناء حركتها بخط متقطع (vehicle) إذ كانت العربة وفق هذا المسار بدايةً تبعد مسافة (15 m) عن بداية المسار المسجل. عندها تخضع العربة لتأثير ثلاث سلوكيات ممثلة لخوارزمية ملاحقة الماضي من أجل إعادة العربة إلى مسارها وجعلها تتبّع ذلك المسار. هذه السلوكيات هي θ_α ، θ_B ، θ_Y ، تُؤخَذُ محصلة المنحنيات الممثلة لتلك السلوكيات، وتمثّل تلك المحصلة بمنحنى زاوية التوجيه التحكيمي النهائية θ_F .

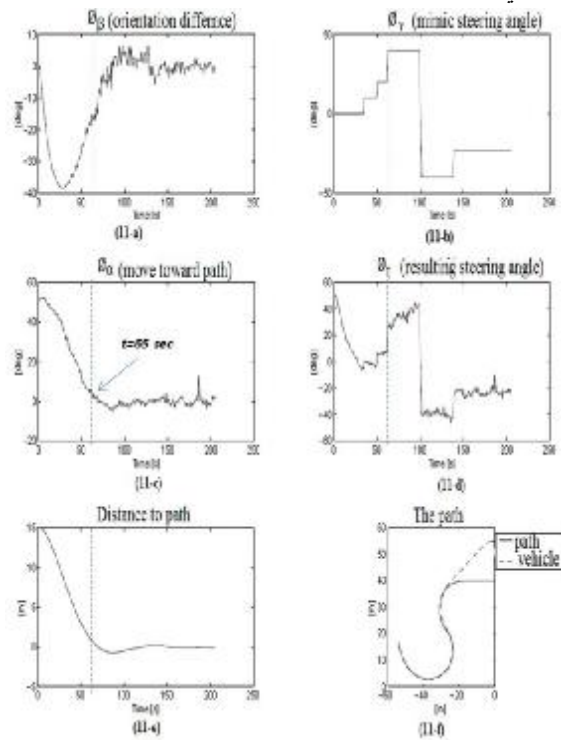
وقد رأينا في بداية حركة العربة أن هذا المنحنى يخضع لتأثير الزوايا θ_α ، θ_B ، θ_Y حتى الزمن (t=65 sec) بعدها نجد أن تأثير الزاويتين θ_α ، θ_B يصبح تقريباً صفريةً ومهملاً وعندها تصبح قيم زاوية التحكم النهائية θ_F تساير قيم θ_Y .

ينعكس ذلك أيضاً على منحنى الانحراف عن المسار (11-e) إذ كان الانحراف أعظميةً في بداية حركة العربة ثم أصبح صفريةً عند الزمن (t=65 sec) و يعني التشابه بين منحنى θ_F ومنحنى θ_Y أن خوارزمية ملاحقة الماضي (FTP) تساير عملها عمل السائق.

إذ في بداية الزمن تقوم السلوكية (1) بإعادة العربة إلى مسارها، في حين تعمل السلوكية (2) على تعديل وجهة العربة مما يجعلها تصل إلى المسار. وتقوم بتتبّع المسار باستخدام السلوكية (3). إذ تتوجه العربة بشكل مشابه لما قام به السائق بدايةً عندما افترضنا قيامنا بتسجيل المسار.

نلاحظ أن أداء خوارزمية الملاحقة الصافية يتحسن نوعاً ما مع زيادة السرعة إلى الحدود متوسطة للسرعة، في حين أن خوارزمية ملاحقة الجزرة تقوم تقريباً بالأداء نفسه وفقاً للعلاقة بين زيادة مسافة النظرة المباشرة والانحراف بين مسار حركة العربة والمسار المحدد. في حين أن خوارزمية ملاحقة الماضي يسوء أداؤها مع زيادة السرعة.

3-5- دراسة تحليلية لآلية عمل خوارزمية ملاحقة الماضي (Follow The Past):

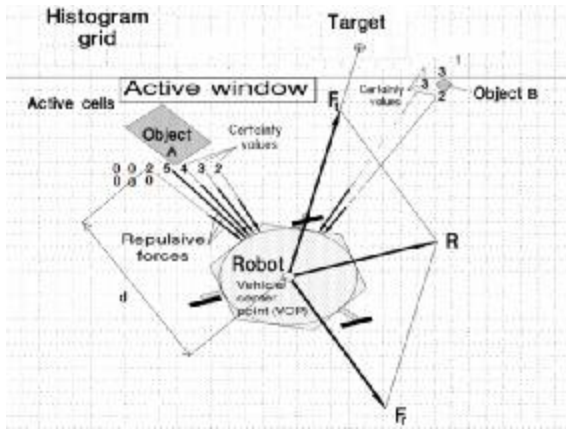


الشكل (11) آلية عمل خوارزمية ملاحقة الماضي Follow The Past

في الشكل (11) نناقش تأثير كل سلوكية من السلوكيات التي تعتمد عليها خوارزمية ملاحقة الماضي، وهي:

- 1- سلوكية إعادة العربة إلى المسار باستخدام زاوية التوجيه θ_α

من أجل سحبها باتجاهها، وبالنتيجة نحصل على محصلة للقوى الجاذبة والنافذة تحدد بشعاع يعطي الاتجاه الذي يجب أن تسلكه العربة متجنباً العوائق التي قد تصادفها. يجري في خوارزمية تجنب العوائق بناء شبكة هيبستوغرام تسمى بشبكة الدقة (certainty grid)، إذ تُقسَّم البيئة المحيطة بالعربة إلى شبكة من الخلايا بحيث تحوي كل خلية على قيمة تسمى قيمة الدقة التي تعبر عن احتمالية وجود عائق في هذه الخلية. كما يظهر في الشكل (13)



الشكل (13) خوارزمية حقل القوى الافتراضية (VFF)

5-6- دمج خوارزميات ملاحقة المسار مع خوارزميات تجنب العوائق:

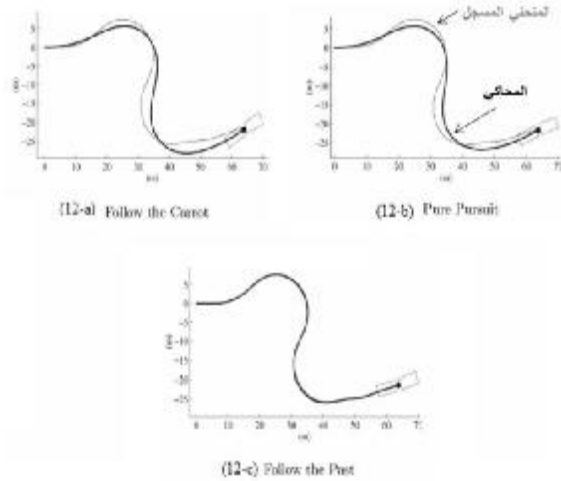
في حال وجد عائق في مسار العربة، تُحسَب زاوية النظرة المباشرة (Look Ahead Angle) وفقاً لخوارزمية ملاحقة المسار المطبقة، ثم تُحسَب زاوية التوجيه في حال وجد عائق وفقاً لخوارزمية تجنب العوائق.

فإذا كانت: (Look Ahead Angle)

عندها ستخبر خوارزمية تجنب العوائق أنه لا يوجد عائق أمام العربة، وعندها ستستخدم الزاوية من ملاحقة المسار المدروسة ويسمح لتلك الخوارزمية أن تعمل كالمعتاد، وإلا سترسل الزاوية الناتجة عن خوارزمية تجنب العوائق إلى

5-4- مقارنة أداء خوارزميات ملاحقة المسار المدروسة:

يبين الشكل (12) بيئة محاكاة حركة العربة على المحورين (x,y). إذ يعبر الخط الغامق عن مسار حركة العربة (المحاكي)، والخط الفاتح يمثل المسار المسجل. ويُدرَس الانحراف عن المسار من أجل كل خوارزمية إذ نلاحظ انحرافات ملحوظة عن المسار في خوارزميتي Follow The Carrot و Pure Pursuit وبالنظر إلى الشكل (12) نلاحظ أن خوارزمية تتبعا الماضي Follow The Past هي التي أعطت نتيجاً أفضل للمسار.



الشكل (12) مقارنة أداء خوارزميات ملاحقة المسار

5-5- خوارزميات تجنب العوائق:

تعتمد خوارزميات تجنب العوائق الممثلة في البحث على خوارزمية حقل القوى الافتراضية Virtual Forces Field (VFF) التي تعد أن كل عائق أمام العربة يطبق شعاع قوة نافذة على العربة عندما تكون العربة ضمن مجال معين، ويتناسب مطال هذا الشعاع عكساً مع مربع المسافة بين العربة والعائق، في حين تطبق النقطة الهدف التي تسعى العربة للوصول إليها عبر مسارها شعاع قوة جاذبة للعربة

5-7- النتائج:

أظهرت الدراسة المطبقة على خوارزميات ملاحقة المسار الثلاث الآتية:

1- خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot

2- الملاحقة الصافية Pure Pursuit

3- خوارزمية ملاحقة الماضي Follow The Past

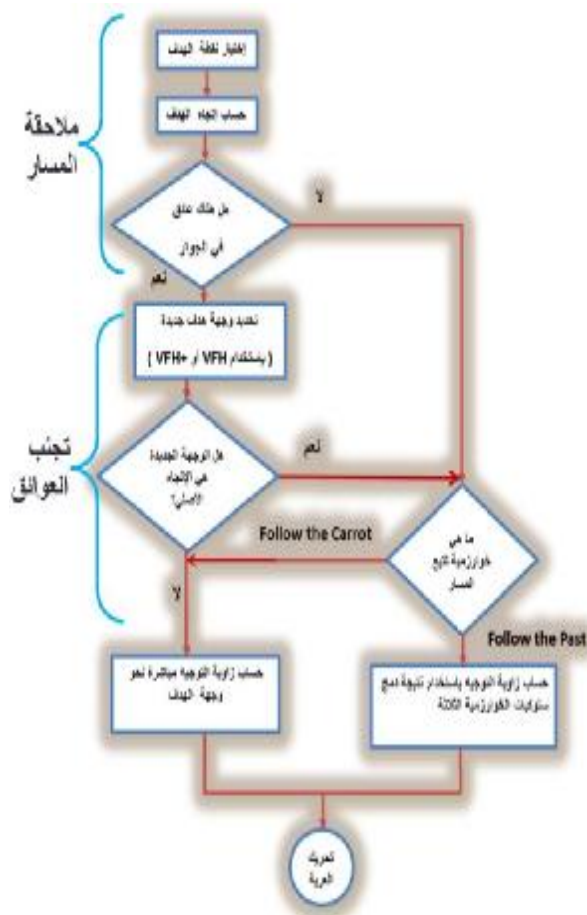
تمتاز خوارزمية ملاحقة الجزرة (Follow The Carrot) ببساطتها في الفهم و التطبيق، إلا أنها تعاني من عدة سيئات، وهي جعل العربة تهتز حول المسار وخصوصاً من أجل مسافات نظرة مباشرة D قصيرة. فضلاً عن ميل العربة إلى سلوك مسارات مختصرة بدلاً من الالتفاف على انحناءات المسار إذ تسعى للتوجه مباشرة باتجاه نقطة الهدف.

أمّا بالنسبة إلى خوارزمية الملاحقة الصافية (Pure Pursuit) فهي بشكل أقل حدية تعاني من المشكلات نفسها التي تعاني منها خوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot إذ إنّ اهتزاز العربة حول مسارها يصبح أخف، كما أن ميلها لسلوك مسارات مختصرة يصبح أقل كون العربة لا تقوم بالتوجيه مباشرة باتجاه نقطة الهدف، وإنما تختار قوساً دائرية تمشي عليه باتجاه نقطة الهدف.

ويبين الشكل (13-a) أن النقطة $A(x,y)$ على المسار لم تُرَ في هذه اللحظة من قبل المحاكي لأنه في خوارزمية ملاحقة الجزرة يُؤخذ المسار المسجل على شكل قطع مستقيمة لا تميّز انحناء المسار، ومن ثمّ منحى المحاكي (خط دوران العربة)

لا يمر بالنقطة A وإنما بنقطة أخرى قريبة منها على المسار. هناك نقاط على قوس المسار قد لا يمر منها محاكي حركة العربة في خوارزمية ملاحقة الجزرة لأنها

خوارزمية ملاحقة المسار وتعامل على أنها زاوية نظرة مباشرة جديدة. وعندها تعمل خوارزميات ملاحقة المسار بشكل مشابه لخوارزمية ملاحقة الجزرة Follow The Carrot؛ وذلك لأن خوارزميات تجنب العوائق توجه العربة مباشرة باتجاه النقطة الهدف كما في خوارزمية ملاحقة الجزرة. يبين الشكل (14) دمج خوارزمية تجنب العوائق مع خوارزميات ملاحقة المسار المطبقة هنا، وهي (ملاحقة الجزرة أو ملاحقة الماضي).



الشكل (14) دمج خوارزمية تجنب العوائق مع خوارزميات ملاحقة المسار

3. سلوكية توجيه العربة بزوايا توجيه السائق بتطبيق زاوية التوجيه θ_p

ولاحظنا أن أداء هذه الخوارزمية يساير عمل السائق في بعض المجالات الزمنية. كما ظهر لدينا في الدراسة أنه كلما ازدادت مسافة النظرة المباشرة D ازداد الانحراف عن المسار. ووجدنا أيضاً أنه من أجل سرعات أعلى للعربة قد احتجنا إلى زيادة مسافة النظرة المباشرة D المستخدمة في الخوارزميات من أجل تحقيق متابعة أفضل للمسار.

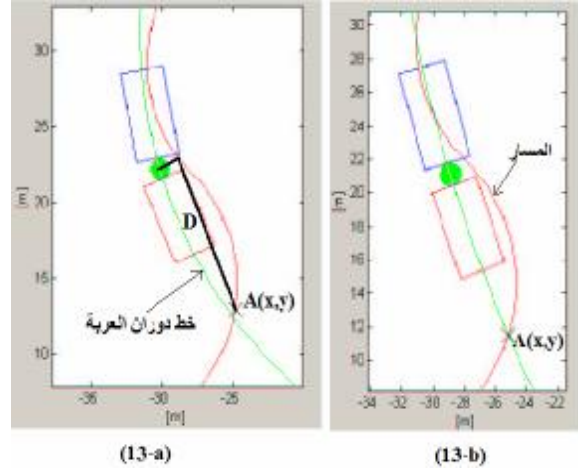
6- المقترحات والتوصيات:

يعاني المحاكي المنفذ في البحث بعض المشكلات التي يمكن التخلص منها في الدراسات اللاحقة، ومنها:

- لم يُؤخذ في البحث تأثير الضجيج في تحديد موقع العربة. فإذا كانت العربة تحصل على موقعها من أنظمة التحديد الجغرافية (GPS) (Global Positioning System) و كان هناك ضجيج، هذا يعني أن الموقع الذي تقرأه العربة قد لا يكون الموقع الحقيقي، ومن ثمّ ستُعطي الخوارزميات معلومات غير صحيحة. من المهم في المستقبل دراسة تأثير ذلك في ملاحقة المسار.

- بُرِمجَت الخوارزميات المقترحة بلغة (MATLAB) وفقاً للمخطط التدفقي المبين في الشكل (14)، لكن يمكن استخدام أي لغة أخرى من لغات البرمجة المتداولة.

تعتمد على نظرتها المباشرة إلى أقرب نقطة للعربة على المسار (المسقط العمودي) ثم تأخذ مسافة D على المسار. في حين أن نقطة الهدف تلك في خوارزمية الملاحقة الصافية (Pure Pursuit) يتحدد موقعها بالاعتماد على نصف قطر دوران العربة، ومن ثمّ رؤية أفضل لانحناء المسار كما رأينا في البحث سابقاً. ومن ثمّ فإن النقطة A تقع على المسار المحدد. كما في الشكل (13-b).



الشكل (13-a) خوارزمية ملاحقة الجزرة (Follow The Carrot) الشكل (13-b) خوارزمية الملاحقة الصافية (Pure Pursuit) الشكل (13) موقع نقطة الهدف بالنسبة إلى خط دوران العربة

أما بتطبيق خوارزمية ملاحقة الماضي (Follow The Past) فقد لاحظنا في البحث أننا حصلنا على تتبع مثالي للمسار من أجل شروط معينة. إذ تعتمد الخوارزمية على الدمج بين سلوكيات مستقلة في سلوكية واحدة وهي θ_p وتلك السلوكيات الثلاث هي:

1. سلوكية إعادة العربة الى المسار باستخدام زاوية

التوجيه θ_p

2. سلوكية تعديل وجهة العربة باستخدام زاوية التوجيه

θ_p

المراجع*

- [1] MATTHEW J.BARTON. Controller Development and Implementation for Path Planning and Following in an Autonomous Urban Vehicle. Undergraduate thesis, University of Sydney, November 2001.
- [2] R.CRAIG COULTER. Implementation of the Pure Pursuit Path Tracking Algorithms. Technical Report CMU-RI-TR-92-01, Robotic Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, January 1992.
- [3] THOMAS HELLSTROM, OLA RINGDAHL. Follow the Past- a Path Tracking Algorithm for Autonomous Forest Vehicle. SE-901 87, University of Ume, Sweden, April 2004.
- [4] THOMAS HELLSTROM. Autonomous Navigation for Forest Machines. Pre-study, University of Umea, Aug 2002.